

例1. (1) $(3x+4)+(-x+1) = 3x+4-x+1$
 $= 3x-x+4+1$
 $= 2x+5$

(2) $(2x^2+x+1)-(x^2-6x+3) = 2x^2+x+1-x^2+6x-3$
 $= 2x^2-x^2+x+6x+1-3$
 $= x^2+7x-2$

問1. 次の計算をなさい。

(1) $(5x+2)+(4x-1)$
 $(5x+2)+(4x-1)$
 $= 5x+2+4x-1$
 $= 5x+4x+2-1=9x+1$

(2) $(3x^2+4x+1)+(x^2-4x+2)$
 $(3x^2+4x+1)+(x^2-4x+2)$
 $= 3x^2+4x+1+x^2-4x+2$
 $= 3x^2+x^2+4x-4x+1+2$
 $= 4x^2+3$

(3) $(7x-1)-(5x-3)$
 $(7x-1)-(5x-3)$
 $= 7x-1-5x+3$
 $= 7x-5x-1+3$
 $= 2x+2$

(4) $(5x^2-7x)-(-3x^2-x+1)$
 $(5x^2-7x)-(-3x^2-x+1)$
 $= 5x^2-7x+3x^2+x-1$
 $= 5x^2+3x^2-7x+x-1$
 $= 8x^2-6x-1$

例2 (1) $3x^3 \times 2x^2 = 3 \times x^3 \times 2 \times x^2$
 $= 3 \times 2 \times x^3 \times x^2$
 $= 6x^5$

(2) $(-2x^2)^3 \times x = (-2)^3(x^2)^3 \times x$
 $= -8 \times x^6 \times x$
 $= -8x^7$

問2. 次の計算をなさい。

(1) $x \times 5x^3$
 $x \times 5x^3 = x \times 5 \times x^3$
 $= 5 \times x \times x^3$
 $= 5x^4$

(2) $4x^2 \times 3x^4$
 $4x^2 \times 3x^4 = 4 \times x^2 \times 3 \times x^4$
 $= 4 \times 3 \times x^2 \times x^4$
 $= 12x^6$

(3) $(2x^3)^2$
 $(2x^3)^2 = 2^2(x^3)^2 = 4x^6$

(4) $(-3x)^3$
 $(-3x)^3 = (-3)^3x^3 = -27x^3$

(5) $(2x)^3 \times x^2$
 $(2x)^3 \times x^2 = 2^3x^3 \times x^2$
 $= 8 \times x^3 \times x^2 = 8x^5$

(6) $(-5x^4)^2 \times x$
 $(-5x^4)^2 \times x = (-5)^2(x^4)^2 \times x$
 $= 25 \times x^8 \times x = 25x^9$

例3. $(2x+3)(x+4) = 2x(x+4) + 3(x+4)$
 $= 2x \times x + 2x \times 4 + 3 \times x + 3 \times 4$
 $= 2x^2 + 8x + 3x + 12$
 $= 2x^2 + 11x + 12$

問3. 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-5)(x+5)$
 $(x-5)(x+5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$

(2) $(3a+4b)^2$
 $(3a+4b)^2$
 $= (3a)^2 + 2 \times (3a) \times (4b) + (4b)^2$
 $= 9a^2 + 24ab + 16b^2$

(3) $(x-1)(x-9)$
 $(x-1)(x-9)$
 $= x^2 + \{(-1) + (-9)\}x + (-1) \times (-9)$
 $= x^2 - 10x + 9$

(4) $(2a+b)(2a-b)$
 $(2a+b)(2a-b) = (2a)^2 - b^2$
 $= 4a^2 - b^2$

(5) $(2x+1)(x-8)$
 $(2x+1)(x-8)$
 $= (2 \times 1)x^2 + \{2 \times (-8) + 1 \times 1\}x$
 $+ 1 \times (-8)$
 $= 2x^2 - 15x - 8$

(6) $(x-7)^2$
 $(x-7)^2 = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$
 $= x^2 - 14x + 49$

(7) $(x+5y)(x-4y)$
 $(x+5y)(x-4y)$
 $= x^2 + \{5y + (-4y)\}x + (5y) \times (-4y)$
 $= x^2 + xy - 20y^2$

(8) $(3x-2y)(2x+3y)$
 $(3x-2y)(2x+3y)$
 $= (3 \times 2)x^2 + \{3 \times (3y) + (-2y) \times 2\}x$
 $+ (-2y) \times (3y)$
 $= 6x^2 + 5xy - 6y^2$

例4. (1) $xy+5y = y \times x + y \times 5$
 $= y(x+5)$

(2) $2x^2-4x = 2x \times x - 2x \times 2$
 $= 2x(x-2)$

問4. 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax+3x$
 $ax+3x = x \times a + x \times 3 = x(a+3)$

(2) $ab+bc$
 $ab+bc = b \times a + b \times c = b(a+c)$

(3) x^2-x
 $x^2-x = x \times x - x \times 1 = x(x-1)$

(4) $3x^2-9x$
 $3x^2-9x = 3x \times x - 3x \times 3 = 3x(x-3)$

例5. 因数分解の公式

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

問5. 上の公式を参考にして因数分解しなさい。

(1) $x^2+8x+16$
 $x^2+8x+16 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$
 $= (x+4)^2$

(2) $x^2+12x+36$
 $x^2+12x+36 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2$
 $= (x+6)^2$

(3) x^2-2x+1
 $x^2-2x+1 = x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2$
 $= (x-1)^2$

(4) x^2+8x+7
 $x^2+8x+7 = x^2 + (1+7)x + 1 \times 7$
 $= (x+1)(x+7)$

(5) x^2-2x-3
 $x^2-2x-3 = x^2 + \{1 + (-3)\}x + 1 \times (-3)$
 $= (x+1)(x-3)$

(6) $a^2-8a+12$
 $a^2-8a+12 = a^2 + \{(-2) + (-6)\}a + (-2) \times (-6)$
 $= (a-2)(a-6)$

(7) x^2-25
 $x^2-25 = x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$

(8) x^2-49
 $x^2-49 = x^2 - 7^2 = (x+7)(x-7)$

(9) $4x^2-9$
 $4x^2-9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x+3)(2x-3)$

(10) $9x^2-25$
 $9x^2-25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x+5)(3x-5)$

例6. 平方根の計算

① かけ算、わり算は $\sqrt{\quad}$ の中どうし計算できる。

(1) $\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{15}$ (2) $\sqrt{12} \div \sqrt{6} = \sqrt{2}$

② たし算、ひき算は同類項をまとめるのと同じ方法で計算できる。

(3) $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ (4) $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ簡単な数になおす。

(5) $\sqrt{32} = \sqrt{4 \times 4 \times 2} = 4\sqrt{2}$

問6 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{13} \times \sqrt{4}$
 $= \sqrt{13} \times 2$
 $= 2\sqrt{13}$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{6} \times \sqrt{2}$
 $= \sqrt{3 \times 6 \times 2}$
 $= \sqrt{36} = 6$

(3) $-\sqrt{36} \div \sqrt{12}$
 $= -\sqrt{\frac{36}{12}}$
 $= -\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{15} \div \sqrt{5} \times \sqrt{3}$
 $= \sqrt{\frac{15 \times 3}{5}}$
 $= \sqrt{9} = 3$

(5) $5\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$
 $= 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$
 $= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$

(6) $4\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5}$
 $= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{5} + \sqrt{5}$
 $= 2\sqrt{3} + 4\sqrt{5}$

(7) $\sqrt{24} + \sqrt{18} - \sqrt{6}$
 $= 2\sqrt{6} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$
 $= 2\sqrt{6} - \sqrt{6} + 3\sqrt{2}$
 $= \sqrt{6} + 3\sqrt{2}$

(8) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - \sqrt{12} - \sqrt{54}$
 $= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{6}$
 $= 2\sqrt{2} + \sqrt{3} - 3\sqrt{6}$

(9) $\sqrt{5}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \sqrt{10}$
 $= \sqrt{15} - \sqrt{10} + \sqrt{10}$
 $= \sqrt{15}$

(10) $(\sqrt{15} + \sqrt{18}) \div \sqrt{3} - \sqrt{45} + 2\sqrt{6}$
 $= \sqrt{5} + \sqrt{6} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{6}$
 $= \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{6} + 2\sqrt{6}$
 $= -2\sqrt{5} + 3\sqrt{6}$

例7. 有利化

次の式を有利化しなさい。

(1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$
 $= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{10}$

問7 次の式を有利化しなさい。

(1) $\frac{3}{\sqrt{2}}$
 $= \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $= \frac{3\sqrt{2}}{2}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$
 $= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{6}}{9}$

(3) $\frac{3}{\sqrt{6}}$
 $= \frac{3 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$
 $= \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

(4) $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}$
 $= \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $= \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

例8 方程式の解

次の方程式の解を求めなさい。

(1) $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x-3)(x-1) = 0$
 $x = 1, 3$

(2) $x^2 - 9 = 0$
 $(x+3)(x-3) = 0$
 $x = 3, -3$

問8 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x-3)(x-2) = 0$
 $x = 3, 2$

(2) $x^2 + 4x + 4 = 0$
 $(x+2)^2 = 0$
 $x = -2$

(3) $x^2 - 16 = 0$
 $(x+4)(x-4) = 0$
 $x = 4, -4$

(4) $x^2 - 10x + 25 = 0$
 $(x-5)^2 = 0$
 $x = 5$

例9. 解の公式

【参考】 因数分解ができない場合、方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ で求められる。}$$

次の方程式の解を求めなさい。

(1) $x^2 + 4x - 6 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 24}}{2} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{2} = -2 \pm \sqrt{10} \end{aligned}$$

問9 次の方程式の解を求めなさい。

(1) $x^2 - 5x - 5 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 20}}{2} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{45}}{2} \\ &= \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

(2) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8}}{4} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \end{aligned}$$

(3) $3x^2 + 5x + 2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6} \\ &= \frac{-5 \pm 1}{6} \\ &= -\frac{2}{3}, -1 \end{aligned}$$

(4) $6x^2 - x - 1 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 6 \times (-1)}}{2 \times 6} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{12} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12} \\ &= \frac{1 \pm 5}{12} \\ &= \frac{1}{2}, -\frac{1}{3} \end{aligned}$$